



Problema 1. Laura cheltuiește o sumă de bani în trei zile. În prima zi cheltuiește $\frac{1}{2}$ din sumă, în a doua zi cheltuiește $\frac{1}{3}$ din suma rămasă, iar în a treia zi cheltuiește restul de 100 de lei.

a) Verifică dacă Laura cheltuiește în prima zi mai mult decât cheltuiește în a doua zi. Justifică răspunsul dat.

b) Determină ce sumă a cheltuit Laura în cele trei zile.

Soluție:

a) Cum Laura cheltuiește în prima zi jumătate din sumă, deci cât în următoarele două zile la un loc, rezultă că Laura cheltuiește mai mult în prima zi decât în a doua zi.

b) Fie x suma de bani pe care o cheltuiește Laura în cele 3 zile.

În prima zi cheltuiește $\frac{1}{2}$ din $x = \frac{1}{2} \cdot x$. Rest după prima zi: $\frac{1}{2} \cdot x$.

A doua zi cheltuiește $x = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{6} \cdot x$

Rezultă $\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + 100 = x \mid \cdot 6 \Rightarrow 3x + x + 600 = 6x \Rightarrow 4x + 600 = 6x \mid - 4x \Rightarrow 2x = 600 \mid : 2 \Rightarrow x = 300$

Așadar Laura a cheltuit 300 de lei în cele 3 zile.

Problema 2. Într-un bloc de locuințe sunt 110 camere, repartizate în 40 de apartamente cu 2, respectiv cu 3 camere.

a) Este posibil ca numărul apartamentelor cu două camere din acel bloc să fie egal cu numărul apartamentelor cu trei camere? Justifică răspunsul dat.

b) Determină numărul apartamentelor cu 2 camere din acest bloc.

Soluție:

a) Presupunem că numărul apartamentelor cu două camere ar fi egal cu numărul apartamentelor cu trei camere. În acest caz ar fi câte $40 : 2 = 20$ de apartamente de fiecare tip. Atunci numărul camerelor din bloc ar fi $20 \cdot 2 + 20 \cdot 3 = 40 + 60 = 100$. Contradicție!

Deci nu este posibil ca numărul apartamentelor cu două camere din acel bloc să fie egal cu numărul apartamentelor cu trei camere.

b) Fie $\begin{cases} x - \text{numărul apartamentelor cu două camere} \\ y - \text{numărul apartamentelor cu trei camere} \end{cases}$

$$\text{Rezultă } \begin{cases} x + y = 40 \mid \cdot 3 \\ 2x + 3y = 110 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 120 \\ 2x + 3y = 110 \end{cases}$$

Scăzând cele două egalități, obținem $x = 10$.

Așadar sunt 10 apartamente cu două camere în bloc.

Problema 3. Un test conține 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 4 puncte, pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte și nu se acordă puncte din oficiu.

a) Este posibil ca Mihai, după ce a parcurs integral testul și a răspuns la toate întrebările, să obțină 65 de puncte? Justifică răspunsul dat.

b) Silvia a răspuns la toate întrebările testului și a obținut 50 de puncte. Determină numărul de întrebări din test la care Silvia a răspuns corect.

Soluție:

a) Deoarece pentru fiecare răspuns corect se acordă un număr par de puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad tot un număr par de puncte, punctajul oricărui test este un număr par. Așadar Mihai nu putea obține 65 de puncte.

b) Fie $\begin{cases} x - \text{numărul răspunsurilor corecte ale Silviei} \\ y - \text{numărul răspunsurilor greșite ale Silviei} \end{cases}$

Cum Silvia a răspuns la toate întrebările testului, rezultă $\begin{cases} x + y = 20 \mid \cdot 2 \\ 4x - 2y = 50 \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 40 \\ 4x - 2y = 50 \end{cases}$$

Adunând cele două egalități obținem $6x = 90 \mid : 6 \Rightarrow x = 15$

Deci Silvia a Răspuns corect la 15 întrebări.

Problema 4. În urmă cu 8 ani tatăl era de șapte ori mai în vârstă decât fiul său. În prezent, tatăl are 36 ani.

a) Verifică, dacă în prezent, vârsta fiului este de trei ori mai mică decât vârsta tatălui.

b) Peste câți ani vârsta tatălui va fi egală cu dublul vârstei fiului?

Soluție:

a) Vârsta tatălui în urmă cu 8 ani era: $36 - 8 = 28$ de ani.

Rezultă că vârsta fiului în urmă cu 8 ani era $28 : 7 = 4$ ani.

Așadar în prezent fiul are $4 + 8 = 12$ ani.

Cum $36 : 12 = 3$ rezultă că în prezent vârsta fiului este de trei ori mai mică decât vârsta tatălui.

b) Fie x numărul de ani peste care vârsta tatălui va fi egală cu dublul vârstei fiului.

Rezultă $36 + x = 2 \cdot (12 + x) \Rightarrow 36 + x = 24 + 2x \mid -24 \Rightarrow 12 + x = 2x \mid -x \Rightarrow 12 = x$.

Așadar peste 12 ani vârsta tatălui va fi egală cu dublul vârstei fiului.

Problema 5. Elevii clasei a VIII-a din școala noastră au adunat un număr de n cărți pentru a face schimb cu alți copii pasionați de lectură. Aceste cărți sunt împachetate și trimise către diverse școli partenere. Elevii observă că, dacă împachetează cărțile câte 45 sau câte 30 rămân, de fiecare dată, câte 18 cărți neambalate.

a) Pot ambala elevii un număr de 300 de cărți? Justifică răspunsul dat.

b) Afalți numărul cărților, știind că este cuprins între 250 și 300.

Soluție:

a) Cum $300 : 30 = 10$ rest 0, rezultă că numărul cărților împachetate nu este 300.

b) Fie n numărul cărților. Rezultă:

$$\begin{cases} n : 45 = x \text{ rest } 18 \\ n : 30 = y \text{ rest } 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 45x + 18 \\ n = 30y + 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n - 18 = 45x \\ n - 18 = 30y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 18 : 45 \\ n - 18 : 30 \end{cases} \Rightarrow n - 18 : [45, 30] \Rightarrow n - 18 : 90$$

$$\Rightarrow n - 18 \in \{0, 90, 180, 270, 360, \dots\} \Rightarrow n \in \{18, 108, 198, 288, 378, \dots\}$$

Cum numărul cărților este cuprins între 250 și 300, înseamnă că acesta este 288.

Problema 6. Delia își propune să rezolve un set de probleme de matematică într-un număr de zile. Dacă ar rezolva câte 5 probleme pe zi, i-ar mai rămâne 6 probleme nerezolvate, iar dacă ar rezolva câte 7 probleme pe zi, ar termina cu 2 zile mai devreme decât și-a propus.

a) Este posibil ca numărul de zile în care Delia și-a propus să rezolve setul de probleme să fie egal cu 7? Justificați răspunsul.

b) Determină numărul de probleme pe care le are de rezolvat Delia.

Soluție:

a) Presupunem că Delia și-a propus să rezolve în 7 zile setul de probleme.

Dacă ar rezolva câte 5 probleme pe zi, i-ar mai rămâne 6 probleme nerezolvate, înseamnă că numărul de probleme este $7 \cdot 5 + 6 = 35 + 6 = 41$.

Dacă ar rezolva câte 7 probleme pe zi, ar termina cu 2 zile mai devreme decât și-a propus, deci în 5 zile, înseamnă că numărul de probleme este $7 \cdot 5 = 35 \neq 41$. Contradicție!

Deci nu este posibil ca numărul de zile să fie 7.

b) Fie $\begin{cases} x - \text{numărul de zile} \\ y - \text{numărul de probleme} \end{cases}$

Rezultă Fie $\begin{cases} 5x + 6 = y \\ 7(x - 2) = y \end{cases} \Rightarrow 5x + 6 = 7(x - 2) \Rightarrow 5x + 6 = 7x - 14 \mid +14 \Rightarrow$

$5x + 20 = 7x \mid - 5x \Rightarrow 20 = 2x \mid : 2 \Rightarrow x = 10$

Rezultă $y = 5 \cdot 10 + 6 = 50 + 6 = 56$.

Așadar Delia are de rezolvat 56 de probleme.