# Concursul de Matematică „Traian Lalescu”
## Ediţia a XXIII-a, 28 mai 2022

### Barem de corectare

**1.** Calculați:

$$50-25:\left[125-4\cdot\left(100:20\cdot5+5\right)\right].$$

**Soluție.** $125-4\cdot\left(100:20\cdot5+5\right)=5$, **(5p)**

$50-25:\left[125-4\cdot\left(100:20\cdot5+5\right)\right]=45$. **(5p)**

**2.** Andrei și Bogdan cântăresc împreună 66 de kilograme, Bogdan și Carol 84 de kilograme, iar Carol și Andrei 78 de kilograme. Câte kilograme cântăresc toți cei trei băieți împreună?

**Soluție.** Dacă Andrei cântărește $a$ kg, Bogdan $b$ kg și Carol $c$ kg, atunci $a+b=66$, $b+c=84$ și $c+a=78$, deci $2\cdot\left(a+b+c\right)=66+84+78=228$. **(5p)**

Așadar, $a+b+c=228:2=114$. Cei trei băieți cântăresc împreună 114 kg. **(5p)**

**3.** Calculați suma tuturor numerelor naturale impare de forma $\overline{abc}$, știind că *a*, *b*, *c* sunt trei dintre cifrele 0, 1, 2, 3 (cifrele *a*, *b*, *c* sunt diferite și $a\neq0$).

**Soluție.** Numerele care îndeplinesc condițiile din enunț sunt: 103, 123, 201, 203, 213, 231, 301, 321. **(5p)**
Suma acestor numere este egală cu 1696. **(5p)**

**4.** Determinați cel mai mare număr natural care împărțit la 100 dă câtul mai mic decât restul.

**Soluție.** Dacă *n* este numărul căutat, atunci $n=100\cdot c+r$, unde *c* și *r* sunt două numere naturale astfel încât $c<r<100$. **(5p)**
Cea mai mare valoare a lui *n* se obține atunci când *c* și *r* iau valorile cele mai mari posibile, adică $c=98$ și $r=99$. Deci, cel mai mare număr natural care împărțit la 100 dă câtul mai mic decât restul este $n=100\cdot98+99=9899$. **(5p)**

**5.** Maria a avut primul copil la 25 de ani. Doi ani mai târziu, ea a născut al doilea copil, iar după alți trei ani a născut al treilea copil. Maria și copiii săi s-au născut în aceeași zi a anului.

**a)** Câți ani avea Maria când a născut al treilea copil?

**b)** Aflați câți ani va avea Maria atunci când vârsta sa va fi egală cu suma vârstelor celor trei copii ai săi..

**Soluție. a)** Maria avea 30 de ani când a născut al treilea copil. **(10p)**
**b)** Să presupunem că Maria va avea $30+x$ ani atunci când vârsta sa va fi egală cu suma vârstelor celor trei copii ai săi. Din egalitatea $30+x=x+\left(x+3\right)+\left(x+5\right)$, deducem că $x=11$. **(5p)** Deci, Maria va avea 41 de ani atunci când vârsta sa va fi egală cu suma vârstelor celor trei copii ai săi. **(5p)**

**6.** Ana a primit un coș cu 60 de mere, unele roșii și celelalte verzi, din care a început să mănânce câte trei mere pe zi: două roșii și unul verde.

**a)** Aflați câte mere roșii au fost la început, știind că Ana a terminat de mâncat toate merele verzi în 20 de zile.

**b)** Aflați câte mere roșii au fost la început, dacă în ziua în care Ana a terminat de mâncat toate merele verzi din coș, numărul merelor roșii rămase era egal cu numărul merelor verzi care au fost la început în coș.

**Soluție. a)** Cum Ana mănâncă câte un măr verde pe zi și merele verzi au ajuns pentru 20 de zile, înseamnă că în coș au fost la început 20 de mere verzi. **(5p)** Deci, în coș au fost la început 40 de mere roșii. **(5p)**

**b)** Fie *r* numărul merelor roșii și *v* numărul merelor verzi care au fost la început în coș. Merele verzi s-au terminat în *v* zile, deci, în acest timp, Maria a mâncat $2 \cdot v$ mere roșii. Cum numărul merelor roșii rămase în coș, după terminarea merelor verzi, este *v*, rezultă că $r = 2 \cdot v + v = 3v$. **(5p)** Din relațiile $r + v = 60$ și $r = 3v$, obținem $r = 45$ și $v = 15$. Deci, în coș au fost la început 45 de mere roșii. **(5p)**

**7.** Fie numărul $n = 1234567891011...20212022$, obținut prin alăturarea tuturor numerelor naturale de la 1 la 2022, scrise unul după altul, în ordine crescătoare.

**a)** Aflați câte cifre are numărul *n*.

**b)** Care este cifra numărului *n* situată pe poziția 2022 (de la stânga la dreapta)?

**c)** Determinați cel mai mare număr care se poate obține din *n* prin ștergerea a exact 171 de cifre.

**Soluție. a)** Printre numerele naturale de la 1 la 2022 sunt 9 numere de o cifră, 90 de numere de două cifre, **(5p)** 900 de numere de trei cifre și 1023 de numere de patru cifre. Prin urmare, numărul cifrelor lui *n* este egal cu $9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 900 + 4 \cdot 1023 = 6981$. **(5p)**

**b)** Pentru scrierea numerelor naturale de la 1 la 99 se folosesc 189 de cifre. Cum $2022 - 189 = 1833$ și $1833 : 3 = 611$, rezultă că cifra de pe poziția 2022 a lui *n* este a treia cifră a celui de-al 611-lea număr de trei cifre, adică a treia cifră a numărului 710. Răspunsul este 0. **(5p)**

**c)** Pentru a obține un număr cât mai mare, vom șterge cât mai multe cifre diferite de 9, în ordinea în care apar, de la stânga la dreapta. De la 1 la 99 sunt folosite 20 de cifre de 9, deci eliminăm $189 - 20 = 169$ de cifre. Apoi, mai ștergem cele două zerouri ale numărului 100 și numărul căutat este $\underbrace{99...9}_{\text{20 de cifre}}1101102103...20212022$. **(5p)**

**Notă. Orice altă soluţie corectă primeşte punctajul corespunzător.**