



Varianta de lucru 1

Barem

1) $4 \cdot [36 - 3 \cdot (2 \cdot a + b)] + 117 = 45$ 5p

$36 - 3 \cdot (2 \cdot a + b) = 27$ 5p

$2 \cdot a + b = 3$ 5p

$\overline{ab} = 11$ 5p

2) $a = 60 + b : 4$ 5p

$a = b + 24$ de unde obținem $a = 72$ și $b = 48$ 10p

$b = a + 24$ de unde obținem $a = 88$ și $b = 112$ 5p

3) Dacă ar fi rezolvat corect toate problemele, Anca ar fi primit 40×5 puncte = 200 puncte

Înlocuind o problemă rezolvată corect cu una cu rezolvare greșită,

punctajul scade cu $5 + 20 = 25$ puncte.....5p

Trebuie efectuate $150 : 25 = 6$ înlocuiri

Finalizare: Anca a greșit 6 probleme și a rezolvat corect $40 - 6 = 34$ probleme.....5p

4) Notăm cu j numărul de jucători și cu p numărul de panouri.

Avem relațiile: $j = 10 \cdot (p - 2)$ 5p

$j + 2 = 7 \cdot p$ 5p

De unde $10p - 20 = 7p - 2$ 5p

Și de aici rezultă $p = 6$ panouri, iar $j = 40$ jucători.....5p

5) a) Avem 4 numere de o cifră

Dacă \overline{ab} este un număr de două cifre din șir atunci $a, b \in \{1, 2, 3, 4\}$,

deci vom avea $4 \cdot 4 = 16$ numere de două cifre.....5p

Raționând similar, sunt $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ numere de trei cifre

Vom avea $4 + 16 + 64 = 84$ numere de cel mult trei cifre în șir.....5p

b) De la 1 la 444 avem 84 de numere.....5p

Cum $a, b \in \{1, 2, 3, 4\}$, rezultă că vom avea $4 \cdot 4 = 16$ numere de forma $\overline{11ab}$

Scriind numerele de forma $\overline{12ab}$ în ordine crescătoare, găsim că 1213 este pe

locul $84 + 16 + 3 = 103$ în șir.....5p

Din oficiu se acordă 10p

Total 100p



Varianta de lucru 2

Barem

1) $\{76 - 4 \cdot [(2a - 1) : 3 - 8]\} : 10 = 4$ 5p

$76 - 4 \cdot [(2a - 1) : 3 - 8] = 40$ 5p

$(2a - 1) : 3 - 8 = 9$ 5p

$a = 26$ 5p

2) Fie t, m, f vârstele tatei, mamei, respectiv fiicei

$f = m : 2 - 4, t = m + 2$ 5p

$t + m = 5f + 2$ 5p

$f = 16$ 10p

3) Fie a, b, c, d, e, f numerele.

Avem relațiile: $a + b + c + d - e - f = a + b + c + d + e + f - 42$ 2p

$e + f = 21$ 3p

Deoarece e, f sunt numere de două cifre, rezultă ca ele pot fi numai 10 și 11.5p

4) Fie e -numărul elevilor și b numărul băncilor

Obține relațiile $e = 2b + 1$ 5p

$e = 3(b - 5) + 2$ 5p

Așadar, erau 14 bănci și 29 de elevi.10p

5) a) Aleea are $52 \times 10 = 520$ metri.5p

b) Fiind 53 de copaci, cel de-al 27-lea se află la distanțe egale față de cei de pe capete

Al 27-lea copac este un castan (al nouălea castan de pe alea).5p

Cum de la capătul din stânga până la al cincilea tei sunt 120m și până la al 12-lea arțar sunt 340, rezultă că distanța dintre ei este de 220m10p

Din oficiu se acordă 10p

Total 100p



Varianta de lucru 3

Barem

- $\{\dots\} \cdot 2 = 30 \Rightarrow \{\dots\} = 15 \Rightarrow 25 - [\dots]: 3 = 15 \Rightarrow [\dots] = 30$10p
 $43 - (\dots): 2 = 30 \Rightarrow (\dots) = 26 \Rightarrow 30 - x: 4 = 26 \Rightarrow x = 16$10p
- Avem n pixuri și $3n$ creioane, a este prețul unui pix și b este prețul unui creion.
Relațiile devin $na + 3nb = 120$ și $4a + 12b = 80 \Rightarrow a + 3b = 20$ 10p
și atunci $120 = n(a + 3b) = 20n$, deci avem 6 pixuri și 18 creioane.....10p
- O cireășă costă 2 lei.....2p
 $c = \text{numărul de cireșe}, k = \text{numărul de coșulețe}$
Avem $c = 7k + 1$ și $c = 10(k - 2) \Rightarrow k = 7$ și $c = 50$8p
- $a = (2b) \times 5 + 3$, respectiv $b = (c: 4) \times 5 + 3$ și $2b > 3$, respectiv $c: 4 > 3 \Rightarrow c > 12$5p
 $4b = 5c + 12$, deci $2a = 5(5c + 12) + 6 = 25c + 66$5p
Din $a - c < 263 \Rightarrow 2a - 2c < 526$, adică $23c + 66 < 526 \Rightarrow c < 20$ și cum c se împarte exact la 4 rezultă că $c = 16$, deci $b = 4 \times 5 + 3 = 23$ și $a = 233$10p
- Se observă că numărul pătrățelelor de aceeași culoare dă același rest la împărțirea la 4.
De exemplu pătrățelele negre sunt câte 1,5,9, etc, numere care dau restul 1 la împărțirea la 4 și atunci cum $2022 = 4 \cdot 505 + 2$, rezultă că ultimele 2022 de pătrățele sunt de culoare roșie5p
Fie acum x pătrățica cu numărul 2022 care se află într-un grup de n pătrățele de aceeași culoare.
Din încadrarea $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) < 2022 \leq 1 + 2 + 3 + \dots + n$ rezultă $n = 64$ 10p
Deci pătrățica x cu numărul 2022 este de culoare verde5p

Din oficiu se acordă 10p

Total 100p



Varianta de lucru 4 Barem

1. $(20 \cdot a + 28 \cdot c + 7 \cdot b - 28 \cdot c) \cdot 3 + 39 \cdot b = \dots\dots\dots 10p$

$60 \cdot a + 21 \cdot b + 39 \cdot b = \dots\dots\dots 5p$

$60 \cdot (a + b) = 60 \cdot 13 = 780 \dots\dots\dots 5p$

2. Din Teorema împărțirii cu rest avem următoarele relații:

$$\begin{cases} x = 13 \cdot c_1 + 7 \\ y = 13 \cdot c_2 + 5 \\ z = 13 \cdot c_3 + 5 \end{cases} \dots\dots\dots 10p$$

Prin amplificarea succesivă a relațiilor de mai sus cu 2, 3, respectiv 2

și prin adunarea relațiilor astfel obținute

$N = 13 \cdot (2 \cdot c_1 + 3 \cdot c_2 + 2 \cdot c_3) + 39 \dots\dots\dots 5p$

$N = 13 \cdot (2 \cdot c_1 + 3 \cdot c_2 + 2 \cdot c_3 + 3) + 0$, deci restul este **0**..... 5p

3. $n=15 \dots\dots\dots 10p$

4. Notăm cu b = număr băieți , f = număr fete

$$\begin{cases} b + f = 39 \\ (b - 2) : 2 = 2 \cdot f : 3 \end{cases} \dots\dots\dots 10p$$

$$\begin{cases} 4b + 4f = 30 \\ 3(b - 2) = 4f \end{cases} \dots\dots\dots 5p$$

$b = 18, f = 12 \dots\dots\dots 5p$

5. $\underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \dots\dots\dots b_{11} b_{12} b_{13}$ → eliminăm băiatul 1 și rămân 12 moduri de eliminare al celui

de al 2-lea băiat 5p

$\underline{b_1} \underline{b_2} \underline{b_3} \dots\dots\dots b_{11} b_{12} b_{13}$ → eliminăm băiatul 2 și rămân 11 moduri de eliminare al celui

de al 2-lea băiat 5p

Analog eliminăm băiatul 11 și rămân 2 moduri de eliminare al celui de al 2-lea

băiat și ultima relație ,eliminăm băiatul 12 și rămâne 1 mod de eliminare al celui

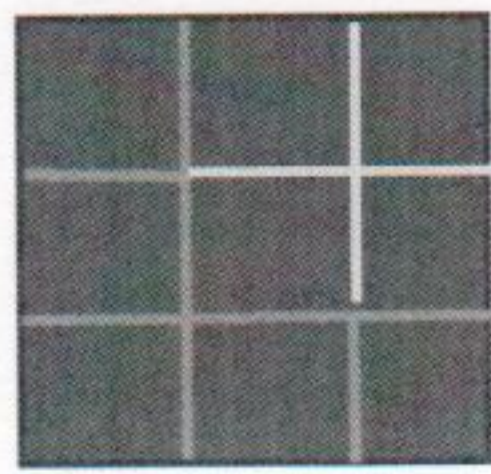
de al 2-lea băiat.....5p

In total sunt $1+2+3+\dots+12=12 \times 13 : 2 = 78$ moduri de alegere..... 5p

Din oficiu se acordă 10p

Total 100 p

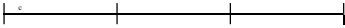
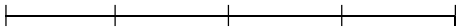
Barem evaluare

1.	$c(a + 4b) + c = 78$	2p
	$c = 6$	2p
	$a = 8$ și $b = 1$ sau $a = 4$ și $b = 2$	6p
2.	Cei 6 muncitori lucrează în cele 20 de zile 960h	5p
	Cei 6 muncitori lucrează în 4 zile 192h	5p
	Cei 4 muncitori rămași trebuie să lucreze $960 - 192 = 768$ h	5p
	Lucrând câte 6 ore pe zi, cei 4 muncitori rămași termină lucrarea în $768 : 24 = 32$ de zile	5p
3.	$p =$ numărul apartamentelor cu 4 camere, deci, cu routere cu 4 antene $t =$ numărul apartamentelor cu 3 camere, deci, cu routere cu 3 antene	
	$p + t = 39$	5p
	$4p + 3t = 141$	5p
	$p = 24$ și $t = 15$	10p
4.	$2p =$ o treime din t ($t =$ numărul de tablete) $2p =$ jumătate din l ($l =$ numărul de laptopuri) $2p =$ două treimi din q ($q =$ numărul televizoarelor QLED)	5p
	$t = 6p, l = 4p, q = 3p$	5p
	$t + l + q = 91 \Rightarrow 13p = 91 \Rightarrow p = 7$	5p
	$t = 42$ de tablete, $l = 28$ de laptopuri, $q = 21$ de televizoare QLED	3p
	Deci, maxim 21 de săli se pot dota cu exact o tablet, un laptop și un televizor QLED.	2p
5.	a) Prin împărțirea pătratului din dreapta sus din exemplul dat în enunț în patru pătrate (cu segmentele adăugate, ca în figura de mai jos) se obține o împărțire a pătratului inițial în $6 - 1 + 4 = 6 + 3 = 9$ pătrate.	7p
		3p
	b) La orice împărțire a pătratului inițial în n pătrate, prin împărțirea oricărui pătrat în alte 4 pătrate (ca la punctul a)), se obține o împărțire a pătratului inițial în $n - 1 + 4 = n + 3$ pătrate.	5p
	De la împărțirea pătratului inițial în 6 pătrate se ajunge după $(2022 - 6) : 3 = 2016 : 3 = 672$ pași descriși mai sus la o împărțire a pătratului inițial în 2022 pătrate, nu neapărat toate cu laturile egale.	5p
	Oficiu	10p
	Total	100p



Varianta de lucru 6

Barem

1.	$3 \cdot \overline{ab} = 5 \cdot \overline{ca} \Rightarrow b \in \{0; 5\}$	5p
	Dacă $b = 0 \Rightarrow 30a = 50c + 5a \Rightarrow a = 2c$	5p
	$\overline{abc} \in \{201, 402, 603, 804\}$	5p
	Dacă $b = 5 \Rightarrow 30a + 15 = 50c + 5a \Rightarrow 5a + 3 = 10c$ fals	5p
2.	Dacă vom împărți mai multe numere consecutive la 7, putem obține resturile $\underbrace{0,1,2,3,4,5,6}_{\text{câțul } c}, \underbrace{0,1,2,3,4,5,6}_{\text{câțul } c+1}, 0,1, \dots$	5p
	Se observă că singurele resturi consecutive cu suma 7 vor fi $3+4=7$ respectiv $6+0+1=7$	5p
	In primul caz suma câturilor va fi $2c \neq 101$	2p
	iar în al doilea caz suma câturilor va fi	5p
	$c + (c + 1) + (c + 2) = 101$	
	$c = 33$ iar numerele vor fi 237, 238, 239	3p
3.	Notăm cu c prețul cărții, atunci Ioana va avea $c-5$ lei, Ana va avea $c-10$ lei iar Matei va avea $c-15$ lei	3p
	Cum $(c - 5) + (c - 10) + (c - 15) = 2c \Rightarrow c = 30$ lei	5p
	Ioana, Ana și Matei vor avea 25, 20 respectiv 15 lei	2p
4.	Când se naște cel mai mic, Fratele mijlociu  Fratele mai mare 	5p
	Cum împreună aveau 21 de ani, fratele mijlociu avea 9 ani iar cel mare avea 12 ani	5p
	În prezent, fratele cel mai mic are 12 ani, fratele mijlociu 21 ani iar cel mare 24 ani	10p
5.	a) Considerăm șirul format din numerele aflate pe primul loc în fiecare grupă: 1, 3, 5, 7, Dacă notăm cu x termenul de pe locul 100, atunci	5p
	$(x - 1): 2 + 1 = 100 \Rightarrow x = 199$	
	Grupa 100 va fi $(199, 199 + 1, 199 + 199 + 1) = (199, 200, 399)$	5p
	b) Forma generală a grupei n este $(2n - 1, 2n, 4n - 1)$	2p
	Dacă $2n - 1 = 2103 \Rightarrow n = 1052$	2p



	Dacă $2n = 2103$ nu are soluții numere naturale	2p
	Dacă $4n - 1 = 2103 \Rightarrow n = 526$	2p
	2103 se va găsi în grupele de pe locurile 526 respectiv 1052	2p



Varianta de lucru 7

Barem

1.	$[1550 - 10 \cdot (a - 12)] : 4 = 375$	5p
	$1550 - 10 \cdot (a - 12) = 1500$	5p
	$10 \cdot (a - 12) = 50$	5p
	$a = 17$	5p
2.	a) Din $a + b = 23 \Rightarrow 2a + 2b = 46$. Din $2a + c = 35 \Rightarrow 6a + 3c = 105$	5p
	Atunci $6a + 2b + 3c = (2a + 2b) + (6a + 3c) = 46 + 105 = 151$	5p
	b) $a + b = 23 \Rightarrow a \neq b$; $2a + c = 35 \Rightarrow a \neq c$	2p
	Dacă $b=c$, atunci din $a + c = 23$ și $2a + c = 35$	3p
	Rezultă că $a = 12$; $b = c = 11$	5p
3.	Fie numerele a, b, c . Din enunț rezultă că :	5p
	$a + b + c = 104$; $b = 2a + 3$; $c = (b - a) : 3$ sau $c = (a + 3) : 3$	
	Înlocuind în prima egalitate obținem	5p
	$a + 2a + 3 + (a + 3) : 3 = 104 \Leftrightarrow 10a + 12 = 312 \Rightarrow a = 30, b = 63, c = 11$	
4.	Fie $(6+x)$ vârsta actuală a Elenei. Atunci suma vârstelor actuale ale părinților este $(62+2x)$	5p
	Obținem $6 + x + 62 + 2 \cdot x = 7 \cdot (x + 6) + 6$	5p
	Rezultă $x = 5$	5p
	Vârsta actuală a Elenei este 11 ani	5p
5.	a) Cel mai mic număr este 10...099 (șase cifre de zero)	2p
	Cel mai mare număr este 9910...0 (șase cifre de zero)	3p
	b) Primul număr din șir este 10...099 (șase cifre de zero).	2p
	Următoarele două sunt 10...0189 și 10...0198 (cu 5 de zero fiecare)	2p
	Urmează 10...0279, 10...0288, 10...0297 (cu 5 de zero fiecare)	2p
	Următoarele patru numere sunt	2p
	10...0369, 10...0378, 10...0387, 10000396 (cu 5 de zero fiecare)	
	Al 11-lea număr din șir este 100000459	2p
	Observăm că cifra sutelor este un indicator pentru numărarea termenilor așezați în ordine crescătoare.	5p
	Deoarece $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, rezultă că al 27-lea număr din șir va fi al 6-lea din grupa celor care au cifra sutelor 6, adică 100000684	



Varianta de lucru 8

Barem

1.	$10 \cdot [362 - 10 \cdot (x + 24 : 4)] - 3 \cdot 7 + 42 : 2 = 620$	5p
	$362 - 10 \cdot (x + 24 : 4) = 62$	5p
	$x + 24 : 4 = 30$	5p
	$x = 24$	5p
2.	Din $c = a : 2 \Rightarrow a = 2 \cdot c$	5p
	$d = 4 \cdot a \Rightarrow d = 8c$	5p
	Concluzie: $c = 1, a = 2, d = 8$ și b o cifră oarecare	5p
	Cel mai mic număr este 2018 și cel mai mare număr este 2918	5p
3.	Din enunț, $\overline{xabc} = 9 \cdot \overline{abc} \Leftrightarrow 1000 \cdot x = 8 \cdot \overline{abc}$	5p
	$125 \cdot x = \overline{abc} \Rightarrow \overline{abc} \in \{125, 250, 375, 500, 625, 750, 875\}$	5p
4.	De la pagina 1 la pagina 99 s-au folosit 20 cifre de 2	2p
	Analog pentru grupa de la 100 la 199, tot 20 cifre de 2	3p
	Pentru grupa de la 200 la 299 s-au folosit 120 cifre de 2	5p
	Rămân $174 - 160 = 14$ cifre de 2, care se folosesc pentru paginile $302, 312, 320, \dots, 329, 332$	5p
	Concluzie: numărul maxim de pagini este 340 Atenție! Ultima pagină a unei cărți este numerotată cu un număr par.	5p
5.	Fie $a, a+2$ și b cele trei numere. Din prima condiție $a+a+2+b=86 \Leftrightarrow 2a+b=84$	5p
	Avem două situații: $2a+3b=152$ sau $2(a+2)+3b=152$	5p
	I) $2a+3b=152$ și $2a+b=84 \Rightarrow a=25$ și $b=84-2 \cdot 25 \Rightarrow b=34$. Numerele căutate sunt: 25, 27 și 34	5p
	II) $2(a+2)+3b=152 \Rightarrow 2a+3b=148$. Cum $b=84-2a \Rightarrow$ $2a+3(84-2a)=148 \Leftrightarrow 2a+252-6a=148 \Rightarrow a=26$. Dar, a este impar, așadar nu avem soluție!	5p