Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XII-a
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=\frac{(2+3i)(3+2i)}{4+9}=\frac{13i}{13}=i$	**3p**
	Partea reală a numărului z este egală cu 0	**2p**
2.	$\Delta=1+4a$	**2p**
	$1+4a=0\Leftrightarrow a=-\frac{1}{4}$	**3p**
3.	$4^x+3\cdot4^x-16=0\Leftrightarrow 4\cdot4^x=16$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Sunt $C_3^1\cdot C_4^1=12$ cazuri favorabile	**2p**
	Sunt $C_7^2=21$ de cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$	**2p**
5.	Mediatoarea d trece prin punctul $P(3,2)$, care este mijlocul segmentului MN	**2p**
	$m_{MN}=-1\Rightarrow m_d=1$	**1p**
	Ecuația dreptei d este $y=x-1$	**2p**
6.	$\sin(\pi-x)=\sin x$, $\cos(2\pi-x)=\cos x$	**2p**
	$(2\sin x)^2+(2\cos x)^2=4\left(\sin^2x+\cos^2x\right)=4$, pentru orice număr real x	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)+A(-1)=\begin{pmatrix}0&0&-1\\1&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&-1\\-1&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0&-2\\0&0&0\\0&-2&0\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}0&0&-1\\0&0&0\\0&-1&0\end{pmatrix}=2A(0)$	**2p**
b)	$A(x)+I_3=\begin{pmatrix}1&0&-1\\x&1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(x)+I_3\right)=\begin{vmatrix}1&0&-1\\x&1&0\\0&-1&1\end{vmatrix}=1+x$	**3p**
	$1+x=0\Leftrightarrow x=-1$	**2p**
c)	$aI_3-bA(-1)+cA(-1)\cdot A(-1)=\begin{pmatrix}a&0&0\\0&a&0\\0&0&a\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&0&-b\\-b&0&0\\0&-b&0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&c&0\\0&0&c\\c&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&c&b\\b&a&c\\c&b&a\end{pmatrix}$	**2p**

	$\det\left(aI_3 - bA(-1) + cA(-1)\cdot A(-1)\right) = \begin{vmatrix} a & c & b \\ b & a & c \\ c & b & a \end{vmatrix} = (a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right) =$	**1p**
	$=\frac{1}{2}(a+b+c)\left((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right)\geq 0$, pentru orice numere reale pozitive a, b și c	**2p**
2.a)	$x*y = xy-5x-5y+25+5=$	**2p**
	$=x(y-5)-5(y-5)+5=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere întregi x și y	**3p**
b)	Elementul neutru al legii de compoziție „$*$” este 6	**1p**
	x este simetrizabil dacă există $x'\in\mathbb{Z}$ astfel încât $x*x'=x'*x=6$, de unde $x'=5+\frac{1}{x-5}$	**2p**
	Cum x' este număr întreg, obținem $x=4$ sau $x=6$	**2p**
c)	$x*5=5$ și $5*y=5$, pentru x și y numere întregi	**2p**
	5 este divizor al lui 2015	**1p**
	2015 are 8 divizori naturali și legea de compoziție este asociativă, avem $d_1*d_2*\cdots*d_8=5$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=x'-\left(\ln(x+1)\right)'=$	**2p**
	$=1-\frac{1}{x+1},\ x\in(-1,+\infty)$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-f(x)-\ln 2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\ln(x+1)-\ln 2}{x-1}=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}$	**3p**
c)	$f'(0)=0$, $f'(x)<0$, pentru orice $x\in(-1,0)$ și $f'(x)>0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$	**3p**
	$f(x)\geq f(0)\Rightarrow \ln(x+1)\leq x$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$	**2p**
2.a)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\ln\left(x^2+1\right)\Big\vert_0^1=$	**3p**
	$=\frac{1}{2}\ln 2$	**2p**
b)	$\int_0^1\frac{f(x)+x^2f(x)}{x^4+1}dx=\int_0^1\frac{x}{x^4+1}dx=$	**2p**
	$=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(x^2\right)\Big\vert_0^1=\frac{\pi}{8}$	**3p**
c)	Din regula lui l`Hospital pentru cazul $\frac{0}{0}$, limita cerută este egală cu $\lim\limits_{x\to 1}\left(\int_1^x f(t)dt\right)'=$	**3p**
	$=\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\frac{1}{2}$	**2p**