

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Test 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 = 2$.
- 5p** 2. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a, a^2)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 5x + 7} = x - 1$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
- 5p** 5. Determinați numărul real m , pentru care vectorii $\vec{u} = m\vec{i} + 5\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p** 6. Arătați că $(\sin x - \cos x)^2 + (\sin x + \cos x)^2 = 2$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = I_2 + xA$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det A = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că $M(x)M(y) = M(x + y + xy)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați perechile de numere naturale (m, n) pentru care $M(m)M(n) = M(6)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy - x - y + 2$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = (x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x \circ x \leq 5$.
- 5p** c) Calculați $1^n \circ 2^n \circ 3^n \circ \dots \circ 2020^n$, pentru orice număr natural nenul n .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - e \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x - e}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Demonstrați că graficul funcției f nu admite în niciun punct o tangentă paralelă cu dreapta de ecuație $y = x$.
- 5p** c) Demonstrați că ecuația $e^x - x^e = 0$ are exact o soluție în $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x + 2)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x} dx = 18$.
- 5p** b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul n , știind că $\int_1^n \frac{(x+1)e^x}{f(x)} dx = \frac{3 \ln 2}{2}$.