

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_3 = 6$ și $a_4 = 8$.
- 5p 2. Determinați valoarea minimă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 9$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 3} = x + 1$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ și $B(0,3)$. Determinați ecuația dreptei AB .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB = 8$ și $C = \frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det A = -2$.
- 5p b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(B(x) + I_2) = 8$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 7x - 7y + 56$.
- 5p a) Arătați că $(-7) * 7 = 7$.
- 5p b) Arătați că $x * y = (x - 7)(y - 7) + 7$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2015$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \ln x + x$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = e$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x+1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx = \frac{3}{2}$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 x^2 f(x) dx = -\frac{1}{2} + \ln 2$.
- 5p c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.