Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=1-i$. Arătați că $z^2=-2i$.

5p **2.** Calculați $(g\circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2016$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2016$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,\dots,100\}$, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d, care trece prin punctul A şi este paralelă cu dreapta de ecuaţie $y=3x-2016$.

5p **6.** Determinaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\big(A(0)\big)=4$.

5p **b)** Demonstrați că $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, pentru orice număr real m.

5p **c)** Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=-3xy+9x+9y-24$.

5p **a)** Arătați că $x*y=-3(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.

5p **c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x*x)*x=12$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3(x^3-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstraţi că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+3x+3}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 (x^2+3x+3)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=3$ are aria egală cu $\ln 7$.

5p **c)** Demonstrați că $\int_{-1}^{0} f'(x)f(x)\,dx=0$.