Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați al treilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 4$ și $a_2 = 7$.
5p	**2.** Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 4x + 1 = 0$. Arătați că $4x_1x_2 - (x_1 + x_2) = 0$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1} = \frac{1}{8}$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 15.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$, $B(1,1)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctele A, B și C sunt coliniare.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 4\sqrt{3}$, $AC = 4$ și $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calculați $\sin B$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(1)) = -1$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(x)A(y) = xyI_2$, pentru orice numere reale x și y, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5p	**c)** Determinați numărul real a, știind că $A(3^a)A(3^{a+1})A(3^{a+2}) = A(27)$.
	2. Se consideră polinomul $f = X^3 + mX^2 + 2X - 4$, unde m este număr real.
5p	**a)** Pentru $m = 1$, arătați că $f(1) = 0$.
5p	**b)** Arătați că, dacă polinomul f se divide cu $X + 2$, atunci restul împărțirii lui f la $X + 3$ este egal cu -1.
5p	**c)** Determinați numărul real m, știind că $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + x_1 + x_2 + x_3 = \frac{1}{2}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x + 2017}{e^x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x) = \frac{-(x + 2016)}{e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $[-2015, +\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^1 \frac{1}{f(x)}\,dx = \frac{4}{3}$.
5p	**b)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f, ştiind că $F(1) = \frac{\pi}{4} + 1$.
5p	**c)** Determinați numărul natural n, știind că $\int_0^n x\,f(x)\,dx = \frac{1}{2}\ln 5$.