**Examenul de bacalaureat naţional 2013**
**Proba E. c)**
**Matematică *M_şt-nat***

**Varianta 3**

***Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii***

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

## SUBIECTUL I (30 de puncte)

**5p** **1.** Arătaţi că numărul $2\left(\sqrt{7}+1\right)-\sqrt{28}$ este natural.

**5p** **2.** Calculaţi $f(1)+f(2)+...+f(10)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f\left(x\right)=2x-1$.

**5p** **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x+1}=16$.

**5p** **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element din mulţimea $A=\{1,2,3,...,15\}$, acesta să fie multiplu de 7.

**5p** **5.** Se consideră punctele $A, B$ şi $C$ astfel încât $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}+\vec{j}$ şi $\overrightarrow{BC}=\vec{i}-\vec{j}$. Calculați lungimea vectorului $\overrightarrow{AC}$.

**5p** **6.** Determinaţi $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ ştiind că $\dfrac{3\sin x-2\cos x}{\cos x}=1$.

## SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

**1.** Pentru fiecare număr real $x$ se consideră matricea $A\left(x\right)=\begin{pmatrix}1 & x & x\\ x & 1 & x\\ x & x & 1\end{pmatrix}$.

**5p** **a)** Calculaţi $\det\left(A\left(2\right)\right)$.

**5p** **b)** Arătaţi că $A\left(1\right)\cdot A\left(2\right)=5A\left(1\right)$.

**5p** **c)** Determinaţi numerele reale $x$ pentru care $\det\left(A\left(x\right)\right)=0$.

**2.** Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+m$, unde $m$ este număr real.

**5p** **a)** Pentru $m=3$, calculaţi $f\left(1\right)$.

**5p** **b)** Determinaţi numărul real $m$ ştiind că restul împărţirii polinomului $f$ la $X-2$ este egal cu 2.

**5p** **c)** Pentru $m=4$, arătaţi că $\left(x_1+x_2+x_3\right)\left(\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}\right)=1$, unde $x_1, x_2, x_3$ sunt rădăcinile polinomului $f$.

## SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

**1.** Se consideră funcţia $f:\left(0,+\infty\right)\to\mathbb{R},\ f(x)=x\ln x$.

**5p** **a)** Calculați $f'\left(x\right)$, $x\in(0,+\infty)$.

**5p** **b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}$.

**5p** **c)** Demonstrați că funcția $f$ este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$.

**5p** **a)** Arătaţi că $\int\limits_0^1 x\,f\left(x\right)dx=\dfrac{1}{2}\ln 2$.

**5p** **b)** Calculaţi $\int\limits_0^1 x\,f'\left(x\right)dx$.

**5p** **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei $Ox$ a graficului funcţiei $h:\left[0,1\right]\to\mathbb{R}$, $h\left(x\right)=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$.