Test 7

Pregătire pentru Concursul de Matematică „Traian Lalescu”, 2021

Barem de corectare

1. $a = 585$. **(10p)**

2. a) Sunt 9 numere de o cifră şi 21 de numere de două cifre, aşadar $9\cdot 1 + 21\cdot 2 = 51$ cifre. **(5p)**

b) Cifra 2 apare la numerele $2,\ 12,\ 22$ de 4 ori, iar la $20, 21, ..., 29$ de 9 ori, în total de 13 ori. **(5p)**

3. a) Termenii cresc cu 50, deci urmează $262, 312, 362, 412, 462$. **(5p)**

b) Observăm că al n-lea termen este $50\cdot(n-1)+12$. Ecuația $12+(n-1)\cdot 50 = 2012$ are soluția $n = 41$, deci 2012 este al 41-lea termen al şirului; al 2021-lea termen este $50\cdot(2021-1)+12 = 101012$. **(5p)**

4. Dacă $a:2+3=k$, atunci $b:2+6=k+1$, iar $c:2+9=k+2$ **(5p)**

Din $a+b+c=60$, se obține $k=15$, de unde $a=24$; $b=20$; $c=16$. **(5p)**

5. $\overline{abc}+\overline{cba}=1211$,de unde $a+c=11$**. (10 p)** Prin urmare, $b=5$**;** numărul fiind cât mai mare, trebuie ca $a=9$**,** deci $c=2$ şi $\overline{abc}=952$**. (10p)**

6. a) $\overline{abca}=2102 \Rightarrow \overline{abca}-\overline{acba}=2102-2012=90$. **(5p)**

b) $\overline{abca}-\overline{acba}=90\cdot(b-c)=90 \Rightarrow b-c=1$. **(5p)** Sunt 9 perechi de cifre (b,c)**,** iar cifra a poate fi aleasă în 9 moduri, deci sunt $9\cdot 9=81$ de numere. **(10p)**

7. Efectuând calculele obținem $2\cdot a\cdot b+a+b=2\cdot c\cdot d+c+d$; **(5p)** Cum $2\cdot a\cdot b$ şi $2\cdot c\cdot d$ sunt numere pare, deducem că $a+b$ şi $c+d$ au aceeaşi paritate. **(10p)** Prin urmare, $a+b+c+d$ este număr par. **(5p)**