

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 2$ și $a_2 = 12$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 8$. Determinați numărul real m pentru care $f(1+m) = 1 - m$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x^2 - 3x + 5) = \lg 5$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de două cifre, numărul $\sqrt{n+1}$ să fie natural.
- 5p 5. În sistemul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(3,0)$ și $C(5,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că dreptele OA și BC sunt paralele.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AC = 9$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Arătați că $AB = 3\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x & x \\ 0 & 0 & x-1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(2)) = 3$.
- 5p b) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(1) = 2A(x)$.
- 5p c) Arătați că, dacă matricea $A(x)$ este inversabilă, atunci și matricea $A(-x)$ este inversabilă.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = xy + \frac{2x+2y-1}{4}$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ 1 = \frac{7}{4}$.
- 5p b) Arătați că $e = \frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\left(\frac{1}{2} - x\right) \circ \left(\frac{1}{2} + x\right) \circ \left(\frac{1}{2} + x^2\right) = \frac{1}{2} - x^2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x^3}{(x-1)^2}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{4x^2(x-3)}{(x-1)^3}$, $x \in (1, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că ecuația $f(x) = m$ are exact două soluții, pentru orice $m \in (27, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + x \ln x$.

5p a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) - x \ln x) dx = 6$.

5p b) Arătați că $\int_1^e (f(x) - x - 1) dx = \frac{e^2 + 1}{4}$.

5p c) Determinați numărul real nenul a pentru care volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{(f(x) - x \ln x)^2}$ este egal cu $\frac{7\pi}{24a}$.