

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $2 \cdot (1, 2 + 0, 1) + 0, 4 = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) - f(2) = a$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_8(x^2 - 5x + 5) = \log_8 x$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare, de două cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $A = \{1, 3, 4, 6, 8\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 8)$, $B(4, 2)$ și C , mijlocul segmentului OA . Determinați coordonatele mijlocului segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 8$ și $C = \frac{\pi}{4}$. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 32.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} x-2 & x-2 \\ x-4 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(B(5)) = 12$.
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care $(B(4) - B(2)) \cdot A = aA$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A \cdot B(x) - 4xI_2) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x(x - 2) + y(y - 2)$.
- 5p** a) Arătați că $3 \circ 3 = 6$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $2 \circ x = x^2 + 2$.
- 5p** c) Arătați că $x \circ y \geq -2$, pentru orice numere reale x și y .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - 3$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{x\sqrt{x} + 1}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că funcția f este bijectivă.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^2 (x^2 + 1) f(x) dx = 6$.
- 5p** b) Arătați că $\int_2^3 f(x) dx = 2 \ln 2$.

5p c) Determinați $m \in (1, +\infty)$ pentru care $\int_1^m \left(\frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right)^3 dx = 6$.