

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Varianta 5

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $4 \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) + \frac{1}{5} = 1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x + 2$ . Arătați că  $f(0) \cdot f(1) = 10$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2x-3} = 3^x$ .
- 5p 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $n^2 \leq 23$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(0,3)$  și  $B(4,0)$ . Arătați că perimetrul triunghiului  $OAB$  este egal cu 12.
- 5p 6. Arătați că  $(1 + 2\cos 60^\circ) \cdot \sin 30^\circ = 1$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  și  $B(x) = \begin{pmatrix} x & 0 \\ -1 & x-2 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det A = 3$ .
- 5p b) Arătați că  $B(8) - 3B(2) = 2A$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $A \cdot B(x) = B(x)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 2X^2 - 2X + m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $m = 3$ , arătați că  $f(1) = 0$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $m$  pentru care  $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 + x_1x_2x_3 = 1$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $m$  pentru care polinomul  $f$  este divizibil cu polinomul  $X + 2$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{3(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 1$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^1 (f(x) - 1) dx = \frac{2}{3}$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_0^2 \frac{4x}{f(x)} dx = 2 \ln 3$ .
- 5p c) Determinați numărul natural  $n$ , știind că  $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right) \cdot \ln x dx = f(n) - \frac{4}{e}$ .