Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$(0{,}3+0{,}4)\cdot 10+2\cdot 0{,}5=0{,}7\cdot 10+1=$	**3p**
	$=7+1=8$	**2p**
2.	$f(1)=1$	**2p**
	$f(2)=3$, de unde obținem $f(1)+f(2)=4$	**3p**
3.	$2x+1=5$, de unde obținem $2x=4$	**3p**
	$x=2$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile	**2p**
	Numerele, din mulțimea A, care sunt divizibile cu 3 sunt 21, 51 și 81, deci sunt 3 cazuri favorabile, de unde obținem $p=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$	**3p**
5.	$m=\frac{3+5}{2}=$	**3p**
	$=4$	**2p**
6.	$AB=12$	**3p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=48$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(1))=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=3\cdot 1-1\cdot 1=$	**3p**
	$=3-1=2$	**2p**
b)	$A(1)+A(5)=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}11 & 1\\ 1 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14 & 2\\ 2 & 6\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}7 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}=2A(3)$	**2p**
c)	Inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2}\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=\begin{pmatrix}7 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 4\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3+m\cdot 0^2+2\cdot 0-5=$	**3p**
	$=0+0+0-5=-5$, pentru orice număr real m	**2p**

b)	$f(1)=0 \Rightarrow 1^3+m\cdot 1^2+2\cdot 1-5=0$ $m-2=0$, de unde obținem $m=2$	**3p** **2p**
c)	$x_1+x_2+x_3=-m$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=2$ $x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)=m^2-4$, deci $m^2-4=5$ și, cum m este număr natural, obținem $m=3$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{(x^2)'\cdot(x^2+1)-x^2\cdot(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=$ $=\dfrac{2x(x^2+1)-x^2\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{x^2\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)}=1$ Dreapta de ecuație $y=1$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$, $f'(x)\le 0$, pentru orice $x\in(-\infty,0] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(-\infty,0]$; $f'(x)\ge 0$, pentru orice $x\in[0,+\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[0,+\infty)$	**3p** **2p**
2.a)	$\int_0^1 \dfrac{f(x)}{x+1}dx=\int_0^1 e^x\,dx=e^x\Big\vert_0^1=$ $=e-1$	**3p** **2p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 e^x(x+1)dx=e^x(x+1)\Big\vert_0^1-\int_0^1 e^x\,dx=e^x(x+1)\Big\vert_0^1-e^x\Big\vert_0^1=$ $=2e-1-e+1=e$	**3p** **2p**
c)	$\int_1^a \dfrac{2xf(x^2)}{x^2+1}dx=\int_1^a 2xe^{x^2}dx=\int_1^a e^{x^2}(x^2)'dx=e^{x^2}\Big\vert_1^a=e^{a^2}-e$ $e^{a^2}-e=e(e^3-1) \Rightarrow e^{a^2}=e^4$ și, cum $a>1$, obținem $a=2$	**3p** **2p**