Barem – varianta 5

1) $23\times\left\{64:16+4\times\left[27+477:9-472:(a\times b)\right]\right\}=2024$

(5p) $64:16+4\times\left[27+477:9-472:(a\times b)\right]=88$

$4+4\times\left[27+53-472:(a\times b)\right]=88$

(5p) $4\times\left[27+53-472:(a\times b)\right]=84$

$80-472:(a\times b)=21$

$59=472:(a\times b)$

(6p) $a\times b=472:59$

$a\times b=8$

(4p) Obținem 4 soluții: a = 1 și b = 8, a = 2 și b = 4, a = 4 și b = 2, a = 8 și b = 1.

2) $a+11=9+99+999+...+\underbrace{99...9}_{9\ cifre}+\underbrace{1+1+...+1}_{de\ 9\ ori\ 1}+2$

$a+11=10+100+1000+...+1\underbrace{00...0}_{9\ cifre}+2$, deci $a+11=\overline{\underbrace{11...1}_{9\ \text{cifre}}2}$. **(10p)**

$(a+11):3=370370370$ rest 2. **(2p)**

Câtul împărțirii este 370 370 370, iar suma cifrelor sale este $3\times(3+7+0)=30$. **(8p)**

3) Conform teoremei împărțirii cu rest, $n=2024\times c+r$, cu $0\le r<2024$ și $r=2\times c$.

Deci $n=2024\times c+2\times c=2026\times c$, iar $0\le c<1012$. **(10p)**

Suma acestor numere este

$$S=2026\times0+2026\times1+2026\times2+...+2026\times1011=$$
$$=2026\times(1+2+3+...+1011)=$$
$$=2026\times(1011\times1012:2)=$$
$$=2026\times1011\times506=$$
$$=1013\times2\times1011\times506=$$
$$=1013\times1012\times1011$$

(10p)

4) a) Un număr de șase cifre cu proprietatea dată este de forma $\overline{ab(a+b)(a+2b)(2a+3b)(3a+5b)}$

Cum *a* este cifră nenulă și $3a+5b$ este cifră, deci $3a+5b\le9$, este necesar ca $a\le3$ și $b\le1$. **(7p)**

Pentru cel mai mare număr, alegem *a* = 3 și atunci *b* = 0. Numărul obținut este 303 369. **(8p)**

Obs. Pentru scrierea răspunsului corect fără justificare se acordă **2p** din cele **15p.**

b) Un număr $\overline{ab(a+b)(a+2b)(2a+3b)(3a+5b)(5a+8b)(8a+13b)...}$, cu proprietatea cerută, nu poate avea mai mult de 8 cifre deoarece a noua cifră ar trebui să fie $13a+21b\ge13$, ceea ce este imposibil. **(10p)**

Condiția $8a+13b\le9$ poate fi îndeplinită numai pentru *a* = 1 și din $13b<1$, obținem *b* = 0.

Numărul căutat este 10 112 358. **(5p)**

Obs. Pentru scrierea răspunsului corect fără justificare se acordă **2p** din cele **15p.**

Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.