



COLEGIUL NAȚIONAL GHEORGHE LAZĂR

Bd. Regina Elisabeta, Nr.48, Sector 5, București

Tel: +4.0213.134.756

E-mail: secretariat@cnlazar.ro



MEC

Admitere cls. a V-a, Proba scrisă MATEMATICĂ

27.06.2025

Baremul – varianta 3

- 1) a) $83 \times 37 = 3071$, $8845 : 29 = 305$, $2025 + 6612 - 3071 = 5566$ (3p)
 $23 \times [305 + (2025 - a) \times 2 + 1375] : 7 = 5566$ (2p)
 $[305 + (2025 - a) \times 2 + 1375] : 7 = 242$ (2p)
 $305 + (2025 - a) \times 2 + 1375 = 1694$ (2p)
 $305 + (2025 - a) \times 2 = 319$ (2p)
 $(2025 - a) \times 2 = 14 \Rightarrow 2025 - a = 7 \Rightarrow a = 2018$ (4p)

- b) Pentru o exprimare simplă a treimii și sfertului, considerăm numărul de forma $x = 12 \cdot a$ (2p)

Atunci:

- treimea numărului este $(12 \cdot a) : 3 = 4 \cdot a$,
- pătrimea lui este $(12 \cdot a) : 4 = 3 \cdot a$,
- dublul lui este $2 \cdot (12 \cdot a) = 24 \cdot a$,
- trei sferturi din număr este $3 \cdot [(12 \cdot a) : 4] = 3 \cdot (3 \cdot a) = 9 \cdot a$ (8p)

Cel mai mic număr natural de trei cifre diferite este 102.

Obținem egalitatea: $12 \cdot a + 4 \cdot a + 3 \cdot a + 24 \cdot a = 102 + 9 \cdot a$,

adică $43 \cdot a = 102 + 9 \cdot a \Rightarrow 43 \cdot a - 9 \cdot a = 102 \Rightarrow 34 \cdot a = 102 \Rightarrow a = 102 : 34 = 3$,

deci numărul $x = 12 \cdot 3 = 36$ (5p)

Sau: Metoda grafică, segmentul care reprezintă numărul fiind împărțit în 12 părți egale, notând cu a fiecare parte.

2) Condiția cerută în enunț se scrie sub forma: $\overline{abcde1} = 3 \times \overline{abcde}$ (1).

Dar $\overline{abcde1} = \overline{abcde} \times 10 + 1$, iar $\overline{1abcde} = 100000 + \overline{abcde}$ (5p)

Egalitatea (1) devine $\overline{abcde} \times 10 + 1 = 3 \times (100000 + \overline{abcde})$,

deci $\overline{abcde} \times 10 + 1 = 300000 + 3 \times \overline{abcde} \quad | -1$

$\Rightarrow \overline{abcde} \times 10 = 299999 + 3 \times \overline{abcde}$.

Scăzând apoi din ambii membri numărul $3 \times \overline{abcde}$,

obținem $7 \times \overline{abcde} = 299999 \Rightarrow \overline{abcde} = 299999 : 7$ și $\overline{abcde} = 42857$.

Numărul cerut este **428571** (5p)

3. a) Observăm că primii 2 termeni dau câtul 0 la împărțirea prin 3, următorii dau câtul 1 și așa mai departe.(5p)

Cum $2025:2=1012$ rest 1, căutăm numerele care dau câtul 1011 la împărțirea la 3 și restul nenul.

Avem $3 \times 1011 + 1 = 3034$ și $3 \times 1011 + 2 = 3035$(3p)

3035 este numărul de pe poziția 2024, 3036 nu face parte din șir deoarece se împarte exact la 3, deci termenul șirului aflat pe poziția 2025 este 3037.(2p)

b) Termenii impari la care adăugăm 1 sunt numerele impare de la 1 la 59 care nu se împart exact la 3, adică 1, 5, 7, 11, 13, 17, ..., 55, 59.

Suma noilor termeni obținuți din termenii impari ai șirului inițial va fi:

$$(1 + 1) + (5 + 1) + (7 + 1) + \dots + (59 + 1) = (1 + 1) + (3 + 1) + (5 + 1) + (7 + 1) + (9 + 1) + \dots + (57 + 1) + (59 + 1) - [(3 + 1) + (9 + 1) + \dots + (57 + 1)] = 2 + 4 + 6 + \dots + 60 - (4 + 10 + \dots + 58) = 62 \times 15 - 62 \times 5 = 620. \dots (7p)$$

Termenii pari pe care îi înjumătățim sunt numerele pare de la 2 la 120 care nu se împart exact la 3, adică 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, ..., 116, 118. Suma acestor termeni va fi:

$$2 : 2 + 4 : 2 + 8 : 2 + \dots + 118 : 2 = 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + \dots + 59 = \\ = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + 59 - (3 + 6 + 9 + \dots + 57) = 59 \times 60 : 2 - 3 \times (1 + 2 + \dots + 19) = 1770 - 570 = 1200. \dots (7p)$$

Suma finală va fi $620 + 1200 = \mathbf{1820}$ (1p)

4) a) Numerele din șir sunt din 4 în 4, toate având același rest la împărțirea prin 4, acesta fiind 1.

Deoarece $2025 = 4 \times 506 + 1$, înseamnă că șirul are 507 termeni. (5p)

Numărul de termeni 507 se împarte exact la 3. Grupăm numerele câte 3 :

$$1, 5, 9 \mid 13, 17, 21 \mid 25, 29, 33 \mid 37, 41, 45 \mid \dots \mid 2017, 2021, 2025$$

În fiecare grupă de 3 numere, ordinea culorilor este roșu, albastru, albastru; deci două treimi dintre numere sunt de culoare albastră. Astfel există $2 \times 507 : 3 = 338$ de numere albastre (5p)

b) Numerele roșii sunt: 1, 13, 25, 37, 49, ..., 2017. Acestea dau restul 1 la împărțirea prin 12.

Fie două numere roșii diferite, $x = 12 \times m + 1$ și $y = 12 \times n + 1$, cu m și $n \leq 168$.

Suma lor este 2042 dacă $12 \times m + 12 \times n + 2 = 2042$, deci $12 \times (m + n) = 2040 \Rightarrow m + n = 170$ (5p)

Perechile (2, 168), (3, 167), ..., (84, 86) au suma numerelor 170 și sunt în total 83 de perechi.

Rămân numerele 0, 1 și 85. (5p)

Alegând 87 de numere, în cazul cel mai nefavorabil, putem obține doar câte un număr din fiecare pereche și cele 3 numere rămase, în total 86 de numere. Atunci cel de-al 87-lea va fi ales din una din

perechile din care am luat deja un număr, fapt care conduce la obținerea a două numere x și y a căror sumă este egală cu 2042. (5p)

Notă: Se acordă **10p** din oficiu.

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Pentru scrierea răspunsului corect fără justificare se acordă (2p)