

Barem de corectare și notare varianta 3

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu.

1) $2025 : \{ [2025 + 2025 : (a \times 2025 - 2025)] - 1 \} = 1 \dots\dots\dots 3p$

$[2025 + 2025 : (a \times 2025 - 2025)] - 1 = 2025 \dots\dots\dots 3p$

$2025 : (a \times 2025 - 2025) = 1 \dots\dots\dots 6p$

$a \times 2025 - 2025 = 2025 \dots\dots\dots 3p$

$a \times 2025 = 4050 \dots\dots\dots 3p$

$a = 2 \dots\dots\dots 2p$

2) Fie a, b, c, d cele 4 numere.

$a+b+c+d=324$

Notăm rezultatul obținut din $a+5$, $b-5$, $cx5$, $d:5$ cu $5x$ (5 părți).....5p

$a = 5x - 5$; $b = 5x + 5$; $c = x$; $d = 25x \dots\dots\dots 10p$

36 părți=324, o parte este egală cu 9.....5p

Numerele sunt: $a = 40$, $b = 50$, $c = 9$, $d = 225 \dots\dots\dots 5p$

3) a) Prin eliminarea unei cifre din 123 obținem 12, 13, 23.....2p

$123+12=135 \neq 151$

$123+13=136 \neq 151$

$123+23=146 \neq 151$ rezultă că 123 nu este număr "poznaș".....3p

b) Un număr poznaș trebuie să aibă 3 cifre.....2p

Fie $\overline{abc}$ un număr poznaș.

Dacă eliminăm o cifră obținem $\overline{ab}$, $\overline{ac}$, $\overline{bc}$.

$\overline{abc} + \overline{ac}$, $\overline{abc} + \overline{bc}$ sunt numere pare, deci suma nu poate fi 151.....3p

$\overline{abc} + \overline{ab} = 151$

$100a + 10b + c + 10a + b = 151$

$110a + 11b + c = 151 \Rightarrow a = 1 \dots\dots\dots 5p$

$11b + c = 41 \Rightarrow b \leq 3$. Verificăm $b = 0, b = 1, b = 2, b = 3$ și obținem $b = 3, c = 8$

Obținem un singur număr "poznaș", 138.....5p

4) a)

$S = (2 \times 0 + 1) + (2 \times 1 + 1) + (2 \times 2 + 1) + \dots + (2 \times 44 + 1) =$

$= 2(1 + 2 + 3 + \dots + 44) + \underbrace{1 + 1 + 1 \dots + 1}_{45 \text{ de } 1} =$

$= 2 \times 44 \times 45 : 2 + 45 = 44 \times 45 + 45 = 2025 \dots\dots\dots 10p$

b) Pentru a avea un număr maxim de numere cu suma 2025, acestea trebuie să fie cât mai mici.

Din (a) avem $11+13+15+\dots+89 = 2025 - (1+3+5+7+9) = 2000$ 5p

$11+13+15+\dots+89+91 = 2091$. Cea mai mică valoare obținută prin adunarea a 41 de numere impare, distincte, de două cifre este $2091 > 2025$, deci numărul maxim de numere nu poate fi 41 sau mai mare de 41.....3p

Suma a 40 numere impare va fi un număr par, deci numărul maxim de numere nu poate fi 40...3p

Numărul maxim posibil este 39, având de exemplu:

$$2025 = 1 + 3 + 5 + \dots + 89 =$$

$$= 13 + 15 + 17 + \dots + 89 + (1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11) =$$

$$= 13 + 15 + 17 + \dots + 89 + 36 =$$

$$= 13 + 15 + 17 + \dots + 79 + 81 + (83 + 12) + (85 + 12) + (87 + 12) + 89 =$$

$$= 13 + 15 + 17 + \dots + 81 + 95 + 97 + 99 + 89 \dots 4p$$