

15.05.2025

Colegiul Național de Informatică "Tudor Vianu"

Concursul "Micii Campioni" – 2025

Ziua 1

Soluții și bareme

Problema 1

Din enunț rezultă că numărul A este format din 3 cifre și numărul B este format din două cifre. Fie $A = \overline{abc}$ **3p**

1) Dacă $B = \overline{ab}$, din $\overline{abc} + \overline{ab} = 176$ obținem $a = 1$ și $\overline{bc} + \overline{b} = 66$, adică b este 5 sau 6.

Dacă $b = 6$, atunci $c = 0$. Dacă $b = 5 \Rightarrow c = 11$, imposibil. Deci $A = 160$ și $B = 16$ **5p**

2) Dacă $B = \overline{ac}$, atunci $\overline{abc} + \overline{ac} = 176$, obținem $a = 1$ și $\overline{bc} + c = 66$, deci c este 3 sau 8.

Dacă $c = 3$, atunci $b = 6$, $A = 163$ și $B = 13$.

Dacă $c = 8$, atunci $b = 5$, $A = 158$ și $B = 18$ **5p**

3) Dacă $B = \overline{bc}$, atunci $a = 1$ și $2 \cdot \overline{bc} = 76 \Rightarrow \overline{bc} = 38$, deci $A = 138$ și $B = 38$ **2p**

Soluțiile sunt perechile $(160, 16), (163, 13), (158, 18), (138, 38)$.

Problema 2

a) Suma celor patru numere inițiale este $1 + 2 + 3 + 3 = 9$ **2p**

La o mutare suma se mărește cu $1 + 2 + 4 + 5 = 12$ **3p**

După k mutări suma devine $9 + 12 \cdot k$, deci $9 + 12 \cdot k = 2025 \Leftrightarrow 12 \cdot k = 2016 \Leftrightarrow k = 168$ **3p**

b) Presupunem că la un moment dat pe tablă sunt scrise patru numere egale. Fie n , număr natural, valoarea acestora. Atunci suma celor 4 numere este $4 \cdot n$, număr par. **4p**

Dar suma numerelor după k mutări este $12 \cdot k + 9$, număr impar **3p**

Cum un număr par nu poate fi egal cu un număr impar, presupunerea este falsă, deci nu putem avea, la un moment dat, pe tablă 4 numere egale.

Problema 3

Notăm cu x cantitatea bomboanelor care costă 20 lei/kg, cu y cantitatea de bomboane care costă 30 lei/kg și cu a prețul unui kilogram de bomboane amestecate. **2p**

Avem $20x = 30y$ și $a \cdot (x + y) = 2 \cdot 20 \cdot x$ 6p

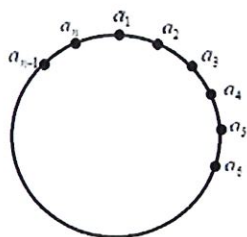
Din $a \cdot (x + y) = 40 \cdot x$, prin înmulțire cu 30 obținem $a \cdot (30 \cdot x + 30 \cdot y) = 1200 \cdot x$ adică

$a \cdot (30 \cdot x + 20 \cdot x) = 1200 \cdot x$, deci $50 \cdot a \cdot x = 1200 \cdot x$ 5p

Prin urmare $a = 1200 : 50 = 24$ 2p

Deci prețul unui kilogram de bomboane amestecate trebuie să fie 24 de lei.

Problema 4



Notăm $a_1, a_2, \dots, a_n$ numerele scrise pe cerc. Din egalitatea $a_1 + a_2 + a_3 = a_2 + a_3 + a_4$ rezultă $a_1 = a_4$. La fel obținem $a_1 = a_4 = a_7 = \dots = x$ 5p

Analog obținem $a_2 = a_5 = a_8 = \dots = y$ și $a_3 = a_6 = a_9 = \dots = z$ 4p

Avem trei situații:

1) Dacă $n = 3 \cdot k$, atunci $k \cdot (x + y + z) = 101$, unde $k > 1$ și $x + y + z > 1$, imposibil 2p

2) Dacă $n = 3 \cdot k + 1$, atunci $a_n = x$, $a_{n-1} = z$ și din egalitatea $a_{n-1} + a_n + a_1 = a_n + a_1 + a_2 \Rightarrow a_{n-1} = a_2 \Rightarrow y = z$.

Pe de altă parte, din egalitatea $a_n + a_1 + a_2 = a_1 + a_2 + a_3 \Rightarrow a_n = a_3 \Rightarrow x = z$, deci $x = y = z$ și

$(3 \cdot k + 1) \cdot x = 101$, imposibil 2p

3) Dacă $n = 3 \cdot k + 2$, la fel ca în cazul 2) obținem că toate numerele sunt egale între ele și $(3 \cdot k + 2) \cdot x = 101$, de unde $x = 1$ și $3 \cdot k + 2 = 101$. Deci pe cerc avem 101 numere, toate egale cu 1 2p

Problema 5

1	2							
3	4	5						
	6	7	8					
		9	10	11				
			12	13	14			
				15	16	17		
					18	19	20	
						21	22	23
							24	25

Vom demonstra că nu se poate.

Să presupunem că s-ar reuși o astfel de colorare. Atunci pătrățelele 2 și 3, vecine cu 1 (vezi figura) ar fi colorate 5p

Pătrățelele 2 și 3 sunt vecine și cu 4, deci pătrățelele 5 și 6 nu sunt colorate 3p

Atunci pătrățelele 8 și 9, vecine cu 7 sunt colorate 2p

Continuând aceste raționamente deducem că pătrățelele 11, 12 nu sunt colorate, iar 14 și 15 sunt colorate 2p

Analog obținem că pătrățelele 17, 18 nu sunt colorate, 20 și 21 sunt colorate, iar pătrățelele 23 și 24 nu sunt colorate 2p

Deci pătrățelele vecine cu 25 nu sunt colorate, contradicție. 1p